

Prof. Dr. Alfred Toth

Welche Qualitäten sind in der monokontexturalen Mathematik addierbar?

1. Daß man nur gleiche Qualitäten miteinander addieren kann, wird in den meisten Lehrbüchern der Arithmetik überhaupt nicht erwähnt. Es wird einfach der Zahlbegriff axiomatisch vorausgesetzt und dabei nicht einmal erwähnt, daß dieser quantitativ ist (vgl. z.B. Landau 1930, S. 1). Quantität und Zahl werden quasi als Synonyme behandelt, und zwar heute noch, obwohl bereits in den 60er Jahren die Grundlagen für eine qualitative Mathematik geschaffen worden waren (vgl. Günther 1976-80).

2. Allerdings ist diese Gleichsetzung von Zahl und Quantität auch innerhalb der quantitativen Mathematik nicht völlig korrekt. So kann man die Addition

$$1 \text{ Apfel} + 1 \text{ Apfel} = 2 \text{ Äpfel},$$

wie man sieht, sehr wohl lösen (vgl. dazu allerdings Toth 2014). Allerdings wird es schon schwieriger bei

$$1 \text{ Apfel} + 1 \text{ Birne} = 2 \text{ Früchte},$$

wo die Summe „Früchte“ zwar das gemeinsame semantische Merkmal der Qualitäten beider Summanden enthält, dabei aber von ihren spezifischen Qualitäten abstrahiert, denn derselbe Summand findet sich auch etwa bei

$$1 \text{ Zitrone} + 1 \text{ Aprikose} = 2 \text{ Früchte}.$$

Noch problematischer wird es in Fällen wie

$$1 \text{ Apfel} + 1 \text{ Tomate} = ?$$

Obwohl Früchte und Gemüse semantisch verwandt sind, gibt es kein Abstraktum, das als Summand dieses gemeinsame Merkmal ausdrückt.

Vollends unmöglich wird die Addition verschiedener Qualitäten dann bei Summanden, deren Schnittmenge semantischer Merkmale leer ist, wie etwa bei

$$1 \text{ Uhr} + 1 \text{ Computer} = ?.$$

3. Bemerkenswerterweise funktioniert aber die qualitative Addition bei referentiellen pronominalen Summanden.

$$\text{Ich} + \text{Ich} = \text{Wir (beide)}$$

Ich + Du = Wir (beide)

Ich + Er = Wir (*beide)

Du + Du = ihr (beide)

Du + Er = sie (beide)

Er + Er = sie (beide).

Wie man sieht, gibt es bei den Summanden wir und sie – jedoch bemerkenswerterweise nicht beim Summanden ihr – eine gewisse, allerdings auch asymmetrische, Mehrdeutigkeit. Diese tritt jedoch, wie allgemein bekannt ist, auch bei der Addition von Quantitäten auf (vgl. z.B. $5 + 6 = 7 + 4 = 11$, usw.). Daher gibt es Sprachen, welche für wir und ihr exklusive und inklusive Formen unterscheiden. So etwa das Hawaiianische (vgl. Elbert und Pukui 1999, S. 107). Keine mir bekannte Sprache macht aber diesen Unterschied bei sie.

4. Weiter gibt es eine spezielle Form qualitativer Addition bei Verwandtschaften.

Mann + Frau = Ehepaar

Vater + Mutter = Eltern

Sohn + Tochter = Geschwister.

Hier handelt es sich allerdings um Paarobjekte, die streng genommen keine Summen sind, vgl. auch die doppelte Addition

Messer + Gabel + Löffel = Besteck.

Literatur

Elbert, Samuel/Pukui, Mary Kawena, Hawaiian Grammar. Honolulu 1999

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Landau, Edmund, Grundlagen der Analysis. Leipzig 1930

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. 2 Bde. Tucson 2010

Toth, Alfred, 1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

8.12.2018